TỐI ƯU HÓA GÓC QUAY CÁC KHỚP TRONG ĐIỀU KHIỂN CÁNH TAY ROBOT

OPTIMIZATION OF JOINT-ANGLES IN CONTROLLING ROBOT ARM

Nguyễn Mai Quyên[1], Chu Bình Minh[2], Hà Bình Minh[3]

[1] Khoa Toán kinh tế - Trường Đại học Kinh tế quốc dân

[2] Khoa Khoa học cơ bản - Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp

[3] Khoa Hệ thống thông tin quản lý - Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh

Đến Tòa soạn ngày 07/05/2021, chấp nhận đăng ngày 13/07/2021

Tóm tắt: Bài báo trình bày một phương pháp hình học để tính toán và tối ưu hóa các góc quay của các khớp trong việc điều khiển cánh tay robot trong mặt phẳng. Phương pháp được sử dụng trong bài báo mang tính trực quan và có thể mở rộng cho nhiều trường hợp.

Từ khóa: Ma trận, phép quay, cánh tay robot, tối ưu hóa, điều khiển.

Abstract: The paper presents a geometrical method for calculating and optimizing the joint-angles of robot arm in the plane. The method used in the paper is very visual and can be extended to general cases.

Keywords: Matrix, rotation, robot arm,; optimization, control.

1. GIỚI THIỆU

Cánh tay robot với ưu điểm là thiết bị có thể thực hiện các thao tác phức tạp trong những môi trường khắc nghiệt hoặc nguy hiểm. Cánh tay robot thực hiện công việc một cánh nhanh chóng, chính xác, lặp lại nhiều lần mà không mệt mỏi. Do vậy, cánh tay robot ngày càng trở nên phổ biến trong rất nhiều lĩnh vực trong công nghiệp cũng như trong cuộc sống. Bên cạnh việc thiết kế các cánh tay robot cho phù hợp với mỗi công việc, việc nghiên cứu động học cánh tay robot để tối ưu hoá năng lượng cho quá trình điều khiển luôn là bài toán được quan tâm.

Bài toán động học cánh tay robot gồm hai bài toán chính là bài toán động học thuận và bài toán động học nghịch. Trong bài toán động học thuận, ta cần xác định vị trí điểm điều khiển trên bàn tay robot khi biết vị trí các khớp và các góc của cánh tay. Trong bài toán động học nghịch, ta cần xác định vị trí các khớp của cánh tay robot khi biết vị trí cuối của chúng [1-3]. Bài toán thuận đã được giải quyết tương đối trọn vẹn trong nhiều trường hợp; trong khi bài toán nghịch là một bài toán khó và không có phương pháp chung để giải quyết cho mọi trường hợp. Với mỗi trường hợp cánh tay robot, ta cần phải áp dụng kiến thức hình học và đại số vào để tìm được các góc quay cho mỗi khớp.

Trong bài báo này, chúng tôi sẽ sử dụng kết hợp các phương pháp biến đổi ma trận và biến đổi hình học để tìm các góc quay tối ưu cho các khớp của cánh tay robot ba khâu trong mặt phẳng. Trong Mục 2, chúng tôi sẽ trình bày cơ sở toán học để thuận tiện cho quá trình tính toán và mô phỏng cánh tay robot. Mục 3

là nội dung chính của bài báo, trong đó chúng tôi phát biểu các bài toán động học và trình bày một phương pháp tiếp cận thú vị dựa trên các kiến thức toán học về hình học phẳng. Cuối cùng, phần kết luận được trình bày trong mục 4 cùng với thảo luận về những bài toán mở theo hướng nghiên cứu này.

2. CƠ SỞ TOÁN HỌC: KHUNG TỌA ĐỘ VÀ CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI MA TRẬN

2.1. Biểu diễn điểm, vector, khung tọa độ

Để quá trình tính toán vị trí của các khớp của cánh tay robot cũng như quá trình điều khiển cánh tay robot có thể thực hiện, có ba khái niệm cơ bản cần biểu diễn là: điểm, vector và khung tọa độ.

Biểu diễn điểm và vector

Trong hình học giải tích thông thường, điểm và vector được biểu diễn bằng bộ ba $(a,b,c)^T$. Tuy nhiên, trong bài toán điều khiển cánh tay robot, ta cần phân biệt rõ hai khái niệm này. Do vậy, ta cần thêm thành phần thứ tư w vào biểu diễn điểm và vector dạng $(a,b,c,w)^T$. Nếu w=1 thì đây là biểu diễn tọa độ của một điểm còn nếu w=0 thì đây là biểu diễn của một vector. Chẳng hạn, $P=(2,3,-1,1)^T$ là biểu diễn của điểm P có tọa độ $(2,3,-1)^T$ còn $\vec{v}=(2,3,-1,0)^T$ là biểu diễn của vector $\vec{v}$ có tọa độ $(2,3,-1)^T$.

Biểu diễn khung tọa độ

Mỗi vật thể trong không gian làm việc của cánh tay robot luôn được gắn với một khung tọa độ. Khung tọa độ được biểu diễn bằng một bộ gồm bốn thành phần có dạng $\left[\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}\ G\right]$, trong đó ba thành phần đầu là bộ ba vector chỉ phương và thành phần thứ tư là gốc tọa độ. Như vậy, một khung tọa độ được biểu diễn dưới dạng toán học bởi một ma trận cỡ 4×4. Chẳng hạn, khung tọa độ có gốc O và các vector chỉ phương là các vector đơn vị cơ sở sẽ được biểu diễn dạng

$$\{0\}=\left[\vec{i_0}\ \vec{J_0}\ \vec{k_0}\ O\right]=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2. Các phép biến đổi khung tọa độ

Trong điều khiển cánh tay robot, có ba phép biến đổi khung tọa độ bao gồm: phép tịnh tiến; phép quay quanh trục tọa độ; phép biến đổi kết hợp giữa phép tịnh tiến và phép quay.

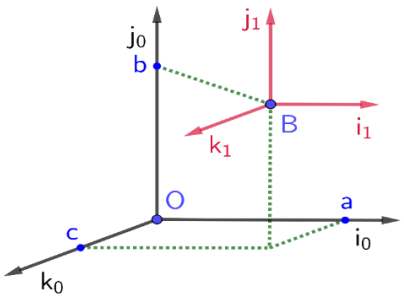
a. Phép tịnh tiến

Phép tịnh tiến là phép biến đổi từ khung tọa độ cũ sang khung tọa độ mới mà trong đó gốc tọa độ mới nhận được bằng cách tịnh tiến gốc tọa độ cũ theo các trục tọa độ, trong khi các vector chỉ phương của khung tọa độ mới không thay đổi. Chẳng hạn trong hình 1, khung tọa độ {1} nhận được bằng cách tịnh tiến khung tọa độ $\{0\}=\left[\vec{i_0}\ \vec{J_0}\ \vec{k_0}\ O\right]$ đến điểm gốc mới $B=(a,b,c,1)^T$. Khi đó, khung tọa độ {1} sẽ được xác định bởi

$$\{0\}=\left[\vec{i_0}\ \vec{J_0}\ \vec{k_0}\ O+B\right]={}^0T_1(a,b,c).\{0\}$$

rong đó ${}^0T_1(a,b,c)$ là ma trận tịnh tiến từ khung tọa độ {0} sang khung tọa độ {1}, được cho bởi công thức sau:

$${}^0T_1(a,b,c)=\begin{bmatrix}1&0&0&a\\0&1&0&b\\0&0&1&c\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad (2)$$



Hình 1. Phép tịnh tiến

b. Phép quay quanh trục tọa độ

Phép quay quanh trục tọa độ là phép biến đổi từ khung tọa độ cũ sang khung tọa độ mới mà gốc tọa độ và vector chỉ phương của trục quay không thay đổi; hai vector chỉ phương của khung tọa độ mới nhận được bằng cách quay hai vector chỉ phương của khung tọa độ cũ một góc θ. Dấu của θ được xác định theo quy tắc "bàn tay phải", nghĩa là θ nhận giá trị dương nếu quay ngược chiều kim đồng hồ. Tương ứng với ba trục tọa độ, ta có ba phép quay quanh các trục tọa độ là: phép quay quanh trục Oz một góc θ; phép quay quanh trục Ox một góc θ; phép quay quanh trục Oy một góc θ.

Xét khung tọa độ $\{1\}=\left[\vec{i}_1\ \vec{J}_1\ \vec{k}_1\ O\right]$ nhận được bằng cách quay khung tọa độ $\{0\}=\left[\vec{i}_0\ \vec{J}_0\ \vec{k}_0\ O\right]$ quanh trục Oz một góc θ như hình 2. Do trục Oz không thay đổi nên $\vec{k}_1=\vec{k}_0$. Gọi tọa độ của điểm P trên các khung tọa độ {0} và {1} tương ứng là

$$^0p=\begin{bmatrix}x_0\\y_0\\z_0\\1\end{bmatrix};\ ^1p=\begin{bmatrix}x_1\\y_1\\z_0\\1\end{bmatrix}$$

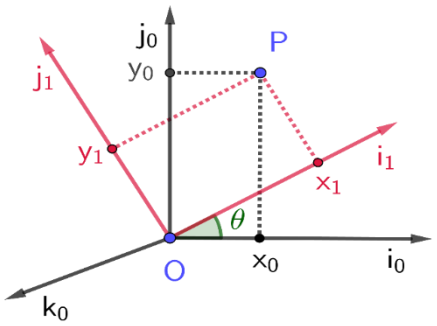
Khi đó

$$^0p={}^0R_1(z,\theta).{}^1p$$

với $^0R_1(z,\theta)$ là ma trận quay khung tọa độ {0} thành khung tọa độ {1} quanh trục Oz một góc θ. Ma trận $^0R_1(z,\theta)$ xác định bởi

$$^0R_1(z,\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0\\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (3)$$

Ngược lại, ta cũng có thể xác định khung tọa độ $\{0\}=\left[\vec{i}_0\ \vec{J}_0\ \vec{k}_0\ O\right]$ từ khung tọa độ $\{1\}=\left[\vec{i}_1\ \vec{J}_1\ \vec{k}_1\ O\right]$ bằng cách quay khung tọa độ {1} quanh trục Oz một góc $(-\theta$. Khi đó: $^1p={}^1R_0(z,-\theta).{}^0p$.



Hình 2. Phép quay quanh trục Oz một góc θ

Do ma trận $^0R_1(z,\theta)$ là ma trận trực chuẩn nên ta có

$$^1R_0(z,-\theta)=\left({}^0R_1(z,\theta)\right)^{-1}=\left({}^0R_1(z,\theta)\right)^T$$

$$=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0\\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (4)$$

Tương tự, ma trận quay của phép biến đổi khung tọa độ {0} thành khung tọa độ {1} bằng cách quay quanh trục Ox và Oy một góc θ tương ứng là

$$^0R_1(x,\theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0\\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (5)$$

$$^0R_1(y,\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (6)$$

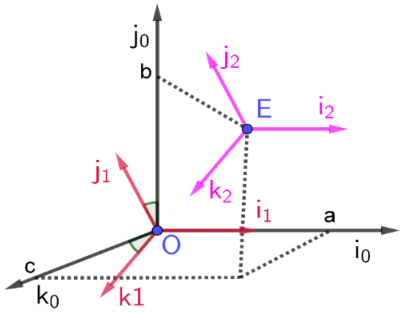
c. Phép biến đổi kết hợp

Để có được khung tọa độ mới có gốc và hướng cần thiết từ khung tọa độ ban đầu, ta áp

dụng liên tiếp các phép tịnh tiến và các phép quay theo một thứ tự nhất định. Phép biến đổi như vậy được gọi là phép biến đổi kết hợp. Chẳng hạn, hình 3 minh họa phép biến đổi kết hợp theo thứ tự sau:

(1) Quay khung tọa độ {0} quanh trục Ox một góc α;

(2) Tịnh tiến khung tọa độ nhận được theo các trục Ox, Oy và Oz một đoạn tương ứng a, b và c.



Hình 3. Phép biến đổi kết hợp

Để tìm ma trận chuyển cho phép biến đổi này, gọi ${}^{i}T_{j}$ là ma trận chuyển từ khung tọa độ {i} thành khung tọa độ {j} và ${}^{i}p$ là tọa độ của điểm P trong khung tọa độ {i}. Do {1} là khung tọa độ nhận được từ khung tọa độ {0} bằng cách quay quanh trục Ox một góc α nên ${}^{0}T_{1} = {}^{0}R_{1}(x,\alpha)$; {2} là khung tọa độ nhận được bằng cách tịnh tiến {1} theo các trục Ox, Oy và Oz một đoạn tương ứng a, b và c nên ${}^{1}T_{2} = {}^{1}T_{2}(a,b,c)$. Ta có

$${}^{0}p = {}^{0}T_{2}.{}^{2}p = {}^{0}T_{1}.{}^{0}T_{2}.{}^{2}p$$

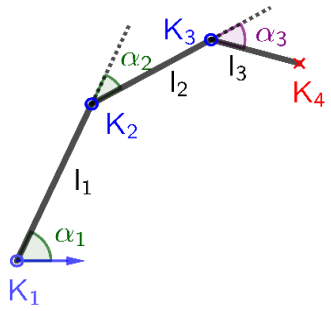
$$= {}^{0}R_{1}(x,a).{}^{1}T_{2}(a,b,c).{}^{2}p$$

Ma trận chuyển từ khung tọa độ {0} đến khung tọa độ {2} là

$${}^{0}T_{2} = {}^{0}R_{1}(x,a).{}^{1}T_{2}(a,b,c)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & b \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3. BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC CHO CÁNH TAY ROBOT



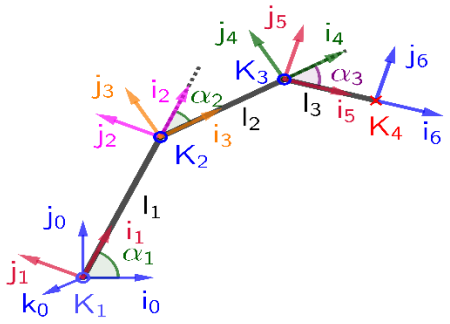
Hình 4. Cánh tay robot 3 khâu trong $\mathbb{R}^2$

Trong mục này chúng tôi sẽ trình về hai bài toán động học cho cánh tay robot ba khâu trong $\mathbb{R}^2$, được minh họa trong hình 4. Chiều dài các khâu tương ứng là l_1, l_2, l_3 và các góc quay ở các khớp K_1, K_2, K_3 tương ứng là α_1, α_2, α_3. Giả thiết các điều kiện biên về ngoại lực, yếu tố ngẫu nhiên là lý tưởng. Bài toán chỉ xét đến các yếu tố hình học.

3.1. Bài toán động học thuận

Phát biểu bài toán: Cho trước các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ tìm vị trí của điểm cuối K_4 của cánh tay trong khung tọa độ gốc.

Để xác định được vị trí của K_4 trong khung tọa độ gốc, ta gắn vào các khớp các khung tọa độ nhận được từ khung tọa độ gốc bằng các phép tịnh tiến và các phép quay quanh các trục tọa độ như trong hình 5. Cụ thể, các khung tọa độ được biến đổi theo các bước sau.



Hình 5. Các khung tọa độ trên cánh tay robot

Bước 1. Khung tọa độ $\{1\}=\{i_1,j_1,k_0,K_1\}$

nhận được từ khung tọa độ gốc {0}={i_0,j_0,k_0,K$_1$} bằng phép quay quanh trục Oz một góc α_1. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^0T_1 = {}^0R_1(z,\alpha_1)$.

Bước 2. Khung tọa độ $\{2\}=\{i_2, j_2, k_0, K_2\}$ nhận được từ khung tọa $\{1\}=\{i_1, j_1, k_0, K_1\}$ bằng phép tịnh tiến theo trục Ox một đoạn l_1. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^1T_2 = {}^1T_2(l_1,0,0)$.

Bước 3. Khung tọa độ $\{3\}=\{i_3, j_3, k_0, K_2\}$ nhận được từ khung tọa $\{2\}=\{i_2, j_2, k_0, K_2\}$ bằng phép quay quanh trục Oz một góc α_2. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^2T_3 = {}^2R_3(z,\alpha_2)$.

Bước 4. Khung tọa độ $\{4\}=\{i_4, j_4, k_0, K_3\}$ nhận được từ khung tọa $\{3\}=\{i_3, j_3, k_0, K_2\}$ bằng phép tịnh tiến theo trục Ox một đoạn l_2. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^3T_4 = {}^3T_4(l_2,0,0)$.

Bước 5. Khung tọa độ $\{5\}=\{i_5, j_5, k_0, K_3\}$ nhận được từ khung tọa $\{4\}=\{i_4, j_4, k_0, K_3\}$ bằng phép quay quanh trục Oz một góc α_3. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^4T_5 = {}^4R_5(z,\alpha_3)$.

Bước 6. Khung tọa độ $\{6\}=\{i_6, j_6, k_0, K_4\}$ nhận được từ khung tọa $\{5\}=\{i_5, j_5, k_0, K_3\}$ bằng phép tịnh tiến theo trục Ox một đoạn l_3. Ma trận chuyển trong bước này là ${}^5T_6 = {}^5T_6(l_3,0,0)$.

Cuối cùng, do điểm cuối K$_4$ là gốc của khung tọa độ {6} nên ${}^6K_4 = (0,0,0,1)^T$. Do đó, vị trí của điểm cuối K$_4$ trong khung tọa độ gốc {0} được tính theo công thức sau:

${}^0K_4 = {}^0T_1.{}^1T_2.{}^2T_3.{}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_6.{}^5K_4.$

với kết quả sau khi tính toán là

$$ {}^0K_4 = \begin{bmatrix} l_1\cos(\alpha_1)+l_2\cos(\alpha_1+\alpha_2)+l_3\cos(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) \\ l_1\sin(\alpha_1)+l_2\sin(\alpha_1+\alpha_2)+l_3\sin(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} $$

3.2. Bài toán động học nghịch

Phát biểu bài toán: Tìm các góc α_1, α_2, α_3 tại các khớp K$_1$, K$_2$, K$_3$ nếu cho trước vị trí K$_4$ với khung tọa độ gốc {0} là ${}^0K_4 = [x, y, 0, 1]^T$.

Dựa vào bài toán động học thuận ta đã tính được vị trí của K$_4$ trong khung tọa độ gốc qua các góc α_1, α_2, α_3. Khi đó, bài toán trên được đưa về bài toán tìm nghiệm $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ của hệ phương trình sau

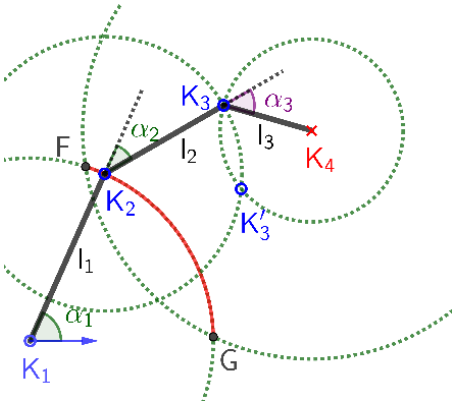
$$ \begin{bmatrix} l_1\cos(\alpha_1)+l_2\cos(\alpha_1+\alpha_2)+l_3\cos(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) \\ l_1\sin(\alpha_1)+l_2\sin(\alpha_1+\alpha_2)+l_3\sin(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} $$

Do đây là hệ phương trình có hai phương trình và ba ẩn số nên hệ này sẽ có vô số nghiệm $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$. Việc giải hệ phương trình này bằng phương pháp đại số sẽ cho ra nhiều kết quả, tuy nhiên kết quả sẽ không có tính trực quan. Ta có thể áp dụng phương pháp hình học để tìm nghiệm α_1, α_2, α_3 một cách trực quan. Hơn nữa, bằng cách mở rộng phương pháp hình học này, ta có thể giải bài toán tối ưu các góc quay trong điều khiển cánh tay robot sẽ được đề cập ở Mục 3.3. Các bước giải bài toán động học nghịch theo phương pháp hình học được minh hoạ trong Hình 6 và trình bày như sau.

Bước 1 (Xác định góc α_1). Dựng đường tròn tâm K$_1$ bán kính l_1 và đường tròn tâm K$_4$ bán kính l_1+l_3. Gọi F, G là giao của hai đường tròn này. Ta có thể lấy α_1 tuỳ ý sao cho thấy K$_2$ nằm trên cung FG.

Bước 2 (xác định góc α_2,α_3). Dựng đường tròn tâm K$_2$ bán kính l_2 và đường tròn tâm K$_4$

bán kính l_3. Lấy α_2 sao cho K_3 là giao của hai đường tròn này. Ứng với mỗi vị trí K_3, góc quay α_3 là góc giữa hai vector K_2K_3 và K_3K_4.



Hình 6. Các góc trong bài toán động học nghịch

3.3. Bài toán động học nghịch mở rộng: tối ưu hóa các góc quay theo thứ tự ưu tiên

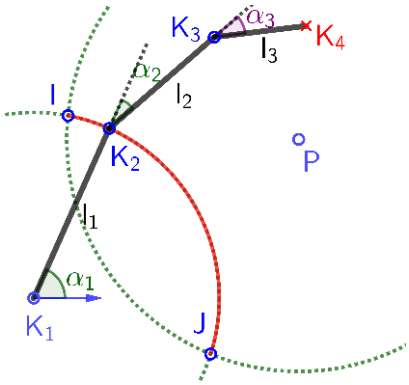
Bài toán động học nghịch trong Mục 2.2 được mở rộng bằng bài toán điều khiển tối ưu góc quay các khớp như sau:

Phát biểu bài toán: Cho trước điểm P và vị trí K_4 của cánh tay robot như trong Hình 7. Tìm các góc quay α_1, α_2 và α_3 tương ứng của khớp K_1, K_2 và K_3 để điều khiển điểm cuối K_4 đến vị trí điểm P cho trước sao cho các góc quay này được cực tiểu hóa theo thứ tự α_1, α_2, α_3.

Trong bài toán trên, ta giả định rằng việc quay khớp K_1 tốn nhiều năng lượng nhất so với các khớp K_2, K_3; việc quay khớp K_2 tốn nhiều năng lượng hơn so với khớp K_3. Như vậy, để tối ưu hóa năng lượng trong việc di chuyển cánh tay robot ta cần cực tiểu hóa các góc quay theo thứ tự ưu tiên α_1, α_2, α_3. Do đó, theo một cách phát biểu khác, bài toán trên chính là bài toán tối ưu hóa năng lượng trong việc di chuyển cánh tay robot từ vị trí ban đầu đến một vị trí nhất định nào đó.

Để xác định giá trị các góc quay cần điều chỉnh, ta dựng đường tròn tâm K_1 bán kính l_1 và đường tròn tâm P bán kính l_2+l_3. Khi đó xảy ra hai trường hợp là K_2 nằm trên cung IJ và K_2 không nằm trên cung IJ.

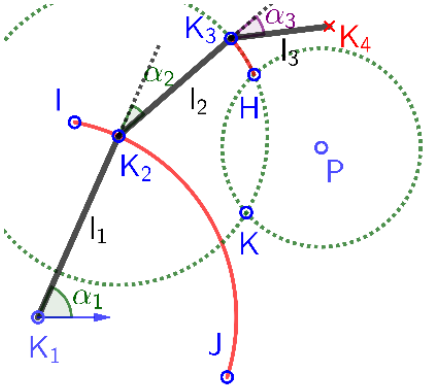
a. Trường hợp K_2 nằm trên cung IJ



Hình 7. Trường hợp K_2 nằm trên cung IJ

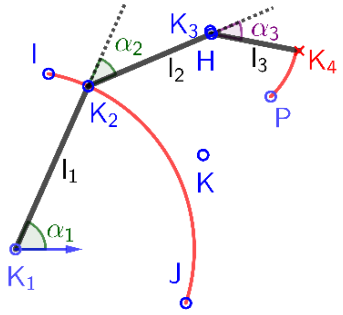
Bước 1 (Tối ưu góc α_1). Do K_2 nằm trên cung IJ thì ta chỉ cần điều chỉnh K_3, K_4 mà không cần điều chỉnh vị trí K_2. Do đó, góc α_1 không cần phải thay đổi (xem hình 7).

Bước 2 (tối ưu góc α_2). Để xác định vị trí cần đến của K_3 ta dựng đường tròn tâm K_2 bán kính l_2 và đường tròn tâm P bán kính l_3. Hai đường tròn này giao nhau tại H, K. Đây chính là các vị trí cần điều khiển K_3 đến. Để tối ưu năng lượng, ta cần điều khiển K_3 theo cung K_3H (xem hình 8).



Hình 8. Quỹ đạo của K_3

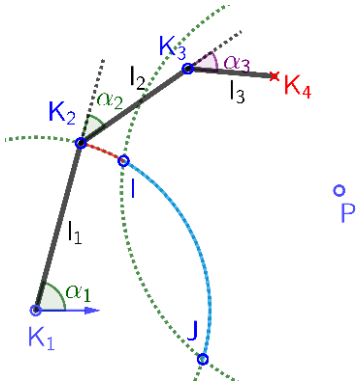
Bước 3 (Tối ưu góc α_3). Điều khiển K_4 đến P bằng cách chọn chiều quay thích hợp để góc quay α_3 nhỏ nhất (xem hình 9).



Hình 9. Quỹ đạo của K_4

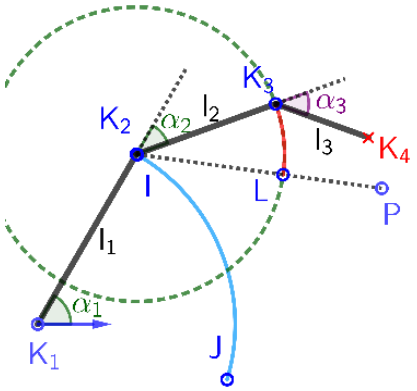
b. Trường hợp K_2 không nằm trên cung IJ

Bước 1 (Tối ưu góc α_1). Điều chỉnh K_2 vào trong cung IJ. Để tối ưu α_1, ta điều khiển K_2 đến l theo chiều quay thích hợp như hình 10.



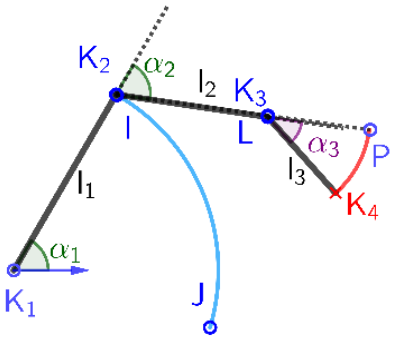
Hình 10. Quỹ đạo của K_2

Bước 2 (Tối ưu góc α_2). Do $K_2P = l_2+l_3$ nên cần điều khiển K_3 đến L, với L là giao điểm của đường tròn tâm K_2 bán kính l_2 với đoạn K_2P. Để tối ưu α_2 ta chọn chiều quay nhỏ (xem hình 11).



Hình 11. Quỹ đạo của K_3

Bước 3 (tối ưu góc α_3). Điều khiển K_2 đến P bằng cách chọn chiều quay thích hợp để góc quay α_3 nhỏ nhất (xem hình 12). Khi đó, α_3=0.



Hình 12. Quỹ đạo của K_4

Như vậy, với mọi điểm P nằm trong không gian làm việc của cánh tay robot, ta có thể sử dụng phương pháp hình học để tính các góc quay tối ưu của các khớp khi điều khiển điểm cuối K_4 của cánh tay robot đến điểm P.

4. KẾT LUẬN

Với việc áp dụng các phép biến đổi ma trận và các kiến thức về hình học cho động học cánh tay robot, chúng tôi đã minh họa lời giải một cách trực quan và tính toán chi tiết cho các bài toán động học thuận, bài toán động học nghịch, và bài toán động học nghịch mở rộng cho cánh tay robot ba khâu trong $\mathbb{R}^2$. Hơn nữa, bằng cách mở rộng phương pháp hình học này, chúng tôi đã tính toán được các góc quay tối ưu cho bài toán điều khiển cánh tay robot ba khâu trong mặt phẳng. Trong những nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi sẽ mở rộng các kỹ thuật tính toán này để tối ưu các góc quay của các khớp cho cánh tay robot trong không gian, cũng như mở rộng bài toán với những ràng buộc liên quan đến cánh tay robot, hoặc ràng buộc liên quan đến môi trường làm việc của cánh tay robot.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Mạnh Tiến, *"Điều khiển robot công nghiệp",* NXB Khoa học và Kỹ thuật (2007).

[2] Nguyễn Văn Khang, Chu Mỹ Anh, *"Cơ sở robot công nghiệp",* NXB Giáo dục (2011).

[3] Đào Văn Hiệp, *"Kỹ thuật robot",* NXB Khoa học và Kỹ thuật (2006).

Thông tin liên hệ: **Chu Bình Minh**

Điện thoại: 0912207854 - Email: cbminh@uneti.edu.vn

Khoa Khoa học cơ bản, Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp.